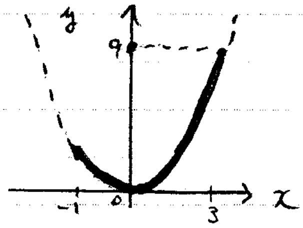
第 71 回

71.(1) $\sqrt{27} + \sqrt{12} = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$
$= 5\sqrt{3}$

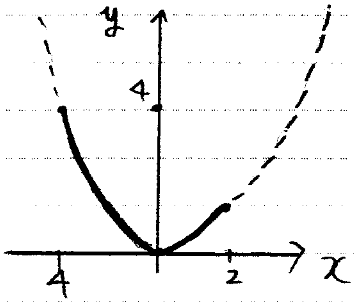
(2) $x^2 + 6x - 7 = 0$
$(x+7)(x-1) = 0$
$x = -7, \quad x = 1$

(3) 右の図より
yの最小値は$x=0$のとき$y=0$
yの最大値は$x=3$のとき$y=3^2=9$
よって $0 \leqq y \leqq 9$



(4) xの値とyの値がともにわかっている
$x=1$, $y=2$を、$y=ax^2$に代入して
比例定数aを求める。
$2 = a \times 1^2$
$2 = a$
よって $y=2x^2$となる。
この式に$x=-2, -1, 2$を代入してyの値をそれぞれ求める。
$y = 2\times(-2)^2 = 8 \quad y = 2\times(-1)^2 = 2 \quad y = 2\times 2^2 = 8$

(5) ① yの最小値が0であるので
このグラフは上に開くグラフだと
いうことがわかる。
右の図のように$x=-4$のときyの値が
最大値となるので、$y=ax^2$に
$x=-4$, $y=4$を代入してaの値を求める。
$4 = a\times(-4)^2$
これを解いて $a = \frac{1}{4}$

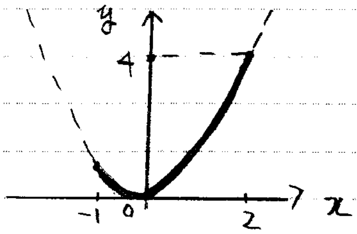


② $y=ax^2$でxがpからqまで増加
するときの変化の割合は$a\times(p+q)$を利用
する。
変化の割合 $= \frac{1}{4}\times(-4+2) = -\frac{1}{2}$

72. (1) $(2x-y)^2+(x+y)(5x-y)$
$=(4x^2-4xy+y^2)+(5x^2-xy+5xy-y^2)$
$=4x^2-4xy+y^2+5x^2-xy+5xy-y^2$
$=9x^2$

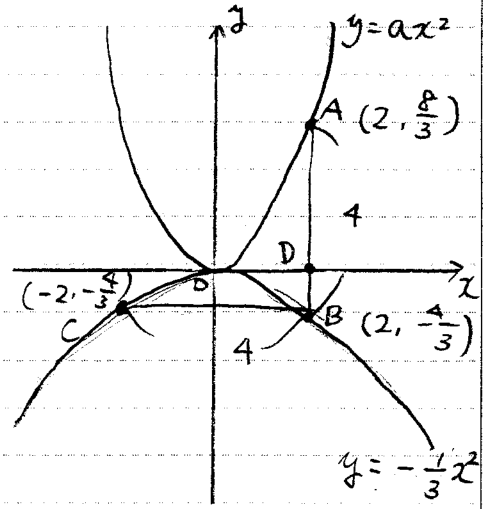
(2) $x^2-7x=0$
$x(x-7)=0$
$x=0,\ x=7$

(3) 右の図より y の最小値は
$x=0$ のとき $y=0$
y の最大値は $x=2$ のとき $y=2^2=4$
よって $0 \leqq y \leqq 4$



(4) $y=ax^2$ で x が p から q まで増加するときの変化の割合は $a\times(p+q)$ を利用する。
変化の割合 $=1\times(2+4)=6$

(5) 右の図より
B の x 座標は 2, C の x 座標は -2 なので
BC 間の距離は $2-(-2)=4$
AB＝BC が成り立つので、AB の距離も4になればよい。
B の y 座標は $y=-\frac{1}{3}x^2$ に $x=2$ を代入して
$y=-\frac{1}{3}\times 2^2=-\frac{4}{3}$
BD の距離は $-\frac{4}{3}$ なので
AD の距離は $4-\frac{4}{3}=\frac{8}{3}$
点 A の座標は $(2,\frac{8}{3})$ となる。
$y=ax^2$ に $x=2,\ y=\frac{8}{3}$ を代入して
a の値を求める。
$\frac{8}{3}=a\times 2^2$
これを解いて $a=\frac{2}{3}$



73.(1) $\sqrt{20}+3\sqrt{5}$

$=2\sqrt{5}+3\sqrt{5}$

$=5\sqrt{5}$

(2) $(2x+y)(2x-5y)-4(x-y)^2$

$=(4x^2-8xy-5y^2)-4(x^2-2xy+y^2)$

$=4x^2-8xy-5y^2-4x^2+8xy-4y^2$

$=-9y^2$

(3) $y=ax^2$でxがpからqまで増加するときの

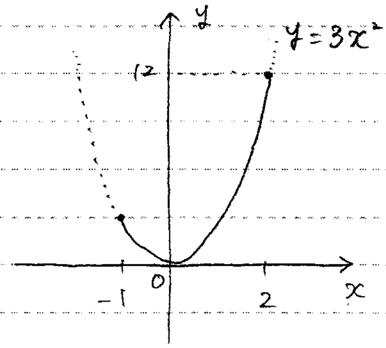
変化の割合は $a\times(p+q)$ を利用する。

変化の割合 $=2\times(1+3)=8$

(4) 右の図よりyの最小値は$x=0$のとき$y=0$

yの最大値は$x=2$のとき、$y=3\times2^2=12$

よって $0\leqq y\leqq 12$



(5) ① $y=-3x+2$の変化の割合は-3なので

(3)を解いた時の公式にあてはめると

$-3=a\times(-1+4)$

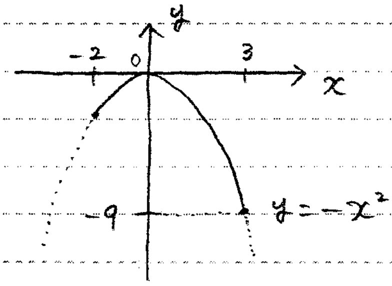
これを解いて、$a=-1$

② 右の図より、yの最小値は

$x=3$のとき、$y=-3^2=-9$

yの最大値は $x=0$のとき、$y=0$

よって $-9\leqq y\leqq 0$



74.(1) $\sqrt{24}+\sqrt{6}$

$=2\sqrt{6}+\sqrt{6}$

$=3\sqrt{6}$

(2) $x^2-7x-18=0$

$(x+2)(x-9)=0$

$x=-2,\ x=9$

(3) $y=ax^2$ に $x=2$、$y=20$ を代入して、a の値を求める

$20=a\times(-2)^2$

これを解いて $a=5$. 　　　$y=5x^2$

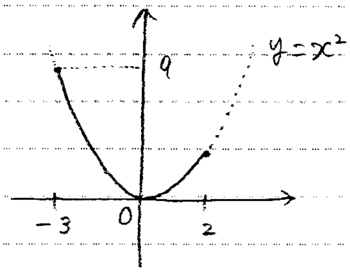
(4) 右の図より、y の最小値は

$x=0$ のとき $y=0$

y の最大値は $x=-3$ のとき.

$y=(-3)^2=9$

よって $0\leqq y\leqq 9$



(5) $y=ax^2$ で、x が p から q まで増加するときの

変化の割合は $a\times(p+q)$ を利用する。

変化の割合 $=1\times(1+4)=5$

75. (1) $(2x+y)^2-4x(x+y)$

$=4x^2+4xy+y^2-4x^2-4xy$

$=y^2$

(2) $2=\sqrt{4}$、$3=\sqrt{9}$ なので

$\sqrt{4}<\sqrt{a}<\sqrt{9}$ となる。

a にあてはまる整数は 5、6、7、8 の 4個。

(3) $x^2+7x-18=0$

$(x+9)(x-2)=0$

$x=-9$、$x=2$

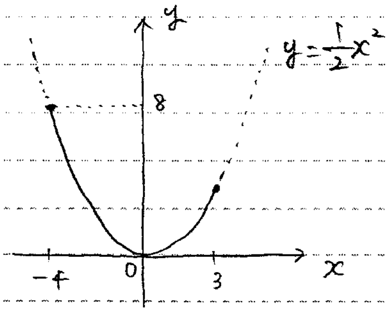
(4) ① 右の図より、y の最小値は

$x=0$ のとき $y=0$

y の最大値は $x=-4$ のとき

$y=\frac{1}{2}\times(-4)^2=8$

よって $0\leqq y\leqq 8$



② $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフと x 軸について対称なグラフは、

$y=-\frac{1}{2}x^2$ である。

$y=ax^2$ で、x が p から q まで増加するときの

変化の割合は $a\times(p+q)$ を利用する。

変化の割合 $=-\frac{1}{2}\times(2+6)=-4$

75. (5) (4)②の変化の割合を求める公式を利用する.

$3 = a \times (-1+3)$

これを解くと $a = \dfrac{3}{2}$

76. (1) $5 = \sqrt{25}$, $10 = \sqrt{100}$ なので

$\sqrt{25} < \sqrt{3n} < \sqrt{100}$ となる。

この範囲で $\sqrt{3n}$ が自然数となるのは $n = 12$ のときで $\sqrt{3 \times 12} = \sqrt{36} = 6$

または $n = 27$ のときで $\sqrt{3 \times 27} = \sqrt{81} = 9$

(2) $(x+2)^2 = 2x+27$

$x^2+4x+4 = 2x+27$

$x^2+2x-3 = 0$

$(x+3)(x-1) = 0$

$x = -3$, $x = 1$

(3) $y = x^2$ に $x = 2$ を代入すると.

$y = 2^2 = 4$ なので.点Aの座標が $(2, 4)$ となる。

点Bの x 座標は2で. y 座標はAの y 座標 $+2$ となる。

したがってBの y 座標は $4+2=6$

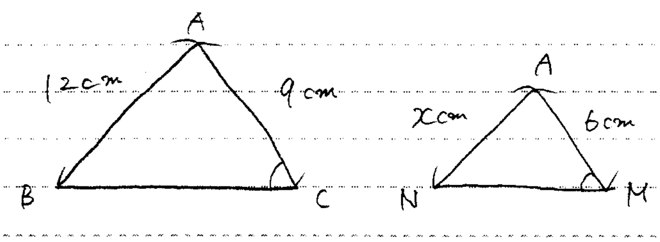
$y = ax^2$ に.Bの座標 $x=2$、$y=6$ を代入して. a の値を求める。

$6 = a \times 2^2$

これを解いて $a = \dfrac{3}{2}$

(4) MはABの中点なので. AM = 6cm.

△ABCと△ANMは相似なので.向きを同じにして並べると.右図のようになる。



$12 : x = 9 : 6$

$9x = 72$

$x = 8$

(5) $\overset{\frown}{BC}$ の円周角は等しいので.

$\angle BEC = 30°$.

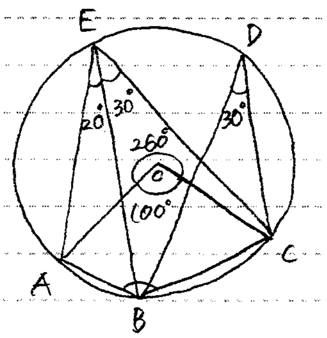
$\overset{\frown}{ABC}$ の中心角なので. $\angle AOC$

$= (20+30) \times 2 = 100°$

$\overset{\frown}{AEC}$ の中心角は $360-100=260°$

$\angle ABC$ は $\overset{\frown}{AEC}$ の円周角なので.

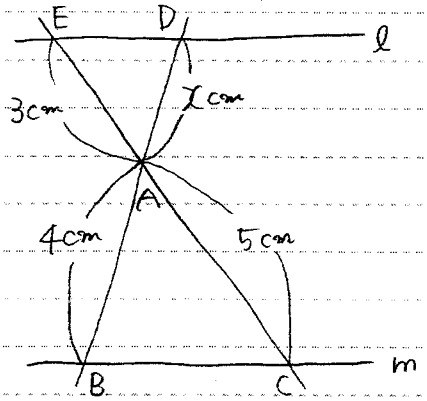
$260 \div 2 = 130°$



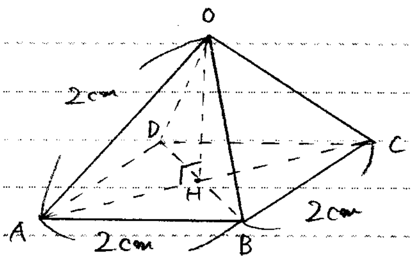
77.(2) $\sqrt{12}-\sqrt{3}(2-\sqrt{2})$
$=2\sqrt{3}-2\sqrt{3}+\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}$

(3) $x^2-11x=-30$
$x^2-11x+30=0$
$(x-5)(x-6)=0$
$x=5,\ x=6$

(4) 右図のように
$l \parallel m$ なので
$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ となる。
$4:x=5:3$
$5x=12$
$x=\frac{12}{5}$



(5) 四角錐を組み立てると、右図のようになる。ACは正方形の対角線なので、
$1:1:\sqrt{2}$ の辺の比を使い、$2\sqrt{2}$ cmとなる。
AHはACの中点となるので、$2\sqrt{2}\div 2=\sqrt{2}$ cm.
$\triangle OAH$ は直角三角形なので $OH=\sqrt{OA^2-AH^2}$
$=\sqrt{2^2-(\sqrt{2})^2}=\sqrt{2}$
四角錐の体積は底面積×高さ×$\frac{1}{3}$ なので
体積 $=2\times 2\times\sqrt{2}\times\frac{1}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{3}$ cm^3



78.(1) $\sqrt{24}-\sqrt{6}$
$=2\sqrt{6}-\sqrt{6}$
$=\sqrt{6}$

(2) aとbは1けたの自然数で $\sqrt{10a+b}$ と $\sqrt{10b+a+1}$
も $\sqrt{\ }$ がはずれて自然数となる場合を考える。
$\sqrt{\ }$ の中を計算した時に $\sqrt{10}$ 以上になるはずなので
考えられるのは、$\sqrt{16}$、$\sqrt{25}$、$\sqrt{36}$、$\sqrt{49}$、$\sqrt{64}$、$\sqrt{81}$ となる。
a、bともに同じ数をあてはめた時に、$\sqrt{\ }$ がはずれるのは
$a=3$、$b=6$ のとき。$\sqrt{10\times 3+6}=\sqrt{36}=6$
$\sqrt{10\times 6+3+1}=\sqrt{64}=8$

(3) $x(x+2)-5=0$

$x^2+2x-5=0$

$x^2+2x+1=-5+1$ 両辺に1を加える

$(x+1)^2=6$ (　)^{2}の形にする

$x+1=\pm\sqrt{6}$

$x=-1\pm\sqrt{6}$

(別解) 解の公式を利用する

$ax^2+bx+c=0$

$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

$x^2+2x-5=0$

$x=\dfrac{-2\pm\sqrt{2^2-4\times1\times(-5)}}{2\times1}$

$x=\dfrac{-2\pm2\sqrt{6}}{2}$

$x=-1\pm\sqrt{6}$

(4) 右図のように

$\angle DOA=90°$

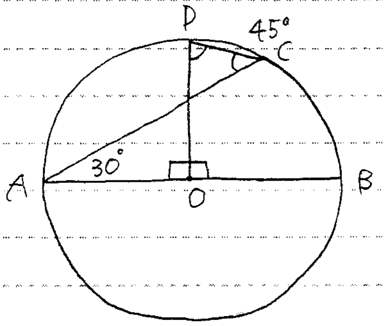
また、$\angle DCA$は$\overset{\frown}{AD}$の

円周角なので、$\angle DCA=90\div2$

$=45°$

$\angle ODC=(30+90)-45$

$=75°$



(5) 平行線と比の定理より

$x:4=3:5$

$5x=12$

$x=\dfrac{12}{5}$

79. (1) $(2\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+4)$

$=6+8\sqrt{3}-\sqrt{3}-4$

$=2+7\sqrt{3}$

(2) $x^2+5x+6=0$

$(x+2)(x+3)=0$

$x=-2,\ x=-3$

(3) ① $y=ax^2$に$x=4$、$y=-8$を代入して、aの値を求める。

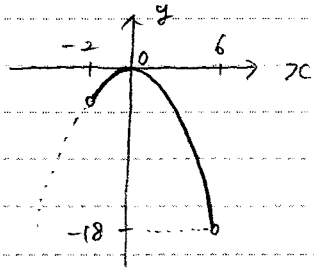
$-8=a\times16$

これを解いて$a=-\dfrac{1}{2}$

② 右の図より

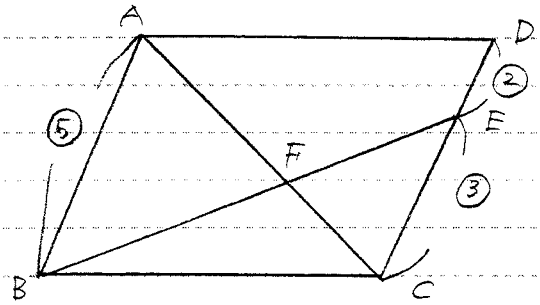
yの最小値は

$x=6$のとき$y=-\dfrac{1}{2}\times6^2=-18$

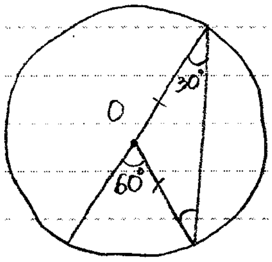


yの最大値は、
$x=0$のとき $y=0$
よって $-18<y\leqq 0$ （原点を通っているので0以下であることに注意）

(4) 四角形ABCDは平行四辺形
なので $AB=DC$
よって $AB:CE:ED=5:3:2$
$AB /\!/ CD$より
$\triangle ABF \backsim \triangle CEF$
なので相似比は、
$AB:CE=BF:EF=5:3$



(5) 右の図より
$\angle ACB$は$\overset{\frown}{AB}$の円周角
なので $60\div 2=30°$
また$\triangle OBC$は$OB=OC$の
二等辺三角形なので
$\angle OCB=\angle OBC=30°$

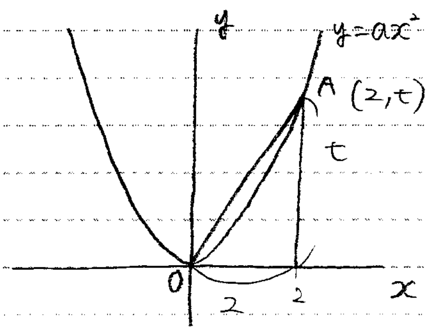


80.(1) ax^2-25a
$=a(x^2-25)$
$=a(x+5)(x-5)$

(2) $\frac{7}{3}=7\div 3=2.33\cdots\cdots$、$\sqrt{29}$は$\sqrt{25}$より大きく、$\sqrt{36}$よりも小さいので
整数部分は5となる。　よって、3、4、5

(3) $x^2-(a-b)x+b=0$に$x=-2$を代入すると、
$(-2)^2-(a-b)\times(-2)+b=0$
$2a-b=-4\cdots$①
同様にxに1を代入すると、
$1^2-(a-b)\times 1+b=0$
$-a+2b=-1\cdots$②
①、②を連立方程式で解くと、$a=-3$、$b=-2$

(4) 右図のように点Aのy座標を
tとすると、$OB=2$、$AB=t$となる。
$\triangle OAB$の面積は6なので、
$2\times t\times\frac{1}{2}=6$
これを解いて $t=6$



$y=ax^2$に点Aの座標 $x=2$、$y=6$を代入してaの値を求める。

$6=a\times 2^2$

これを解いて $a=\frac{3}{2}$

(5) 右図のように

$\overset{\frown}{DE}$の円周角なので

$\angle EFD=\angle EBD=20^\circ$

また$\overset{\frown}{BC}$の円周角なので

$\angle BAC=\angle BEC$

$\angle BEC=180-(20+122)$

$=38^\circ$