第81~82回

81.(1) $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

(1)
$$\begin{array}{r|l} 2 & 84 \\ \hline 2 & 42 \\ \hline 3 & 21 \\ \hline & 7 \end{array}$$

(2) $\sqrt{75} - 3\sqrt{15} \div \sqrt{5}$

$= 5\sqrt{3} - \dfrac{3\sqrt{15}}{\sqrt{5}}$

$= 5\sqrt{3} - 3\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3}$

(3) $x^2 - x - 56 = 0$

$(x-8)(x+7) = 0$

$x = -7, 8$

(4) $x : 5 = 3 : 8$ より

$8x = 15$

$x = \dfrac{15}{8}$

(5) $\overset{\frown}{AB}$ の円周角から、$\angle ADB = \angle ACB = 31°$

$\triangle ABD$ で

$\angle BAD + 80° + 31° = 180°$ より

$\angle BAD = 69°$

82.(1) $(2x+y)^2 - (2x-y)^2$

$= 4x^2 + 4xy + y^2 - (4x^2 - 4xy + y^2)$

$= 4x^2 + 4xy + y^2 - 4x^2 + 4xy - y^2$

$= 8xy$

(2) $\sqrt{12} + 5\sqrt{3}$

$= 2\sqrt{3} + 5\sqrt{3}$

$= 7\sqrt{3}$

(3) 底面の半径を r とすると

$\dfrac{1}{3} \times \pi \times r^2 \times 6 = 32\pi$

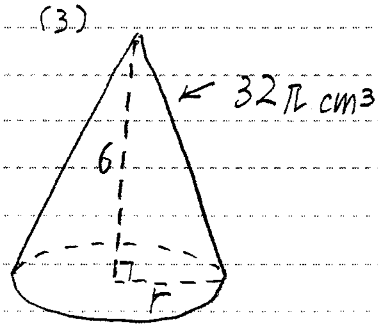
$r^2 = 16$

$r = \pm 4$

$r > 0$ より $r = 4$

$\therefore$ 4 cm

(3)



82.(4) $y=ax^2$ より $a=\dfrac{y}{x^2}$ に $x=2,\ y=-12$ を代入

$$a=\frac{-12}{2^2}=-3 \text{ より } y=-3x^2$$

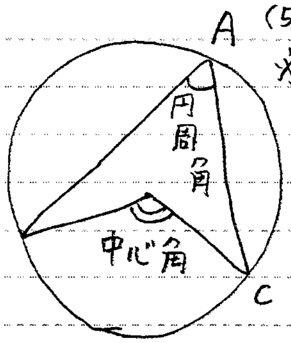
$x=4$ を代入して

$$y=-3\times4^2=-3\times16=-48$$

$$\therefore\ y=-48$$

(5) $\angle BOC=2\times\angle A=2\times65^\circ=130^\circ$

よって $x=360^\circ-130^\circ=230^\circ$



(5)
※中心角は
円周角の2倍

83.(1) $x^2+2x-15=(x+5)(x-3)$

(2) $25-n$ は25より小さくなる。

25より小さい整数で$\sqrt{\ }$がはずれるものは，

$\{0, 1, 4, 9, 16\}$ の5つである。

$25-n=0$ のとき　$n=25$

$25-n=1$ のとき　$n=24$

$25-n=4$ のとき　$n=21$

$25-n=9$ のとき　$n=16$

$25-n=16$ のとき　$n=9$

よって，$n=9, 16, 21, 24, 25$ のとき，

$\sqrt{25-n}$ は整数になる．

この5つの n の中で，$2\sqrt{n}$ も整数になるのは

$n=9, 16, 25$

の3つである。

$$\therefore\ n=9, 16, 25$$

(3) $x^2-2x-15=0$

$(x-5)(x+3)=0$

$x=-3, 5$

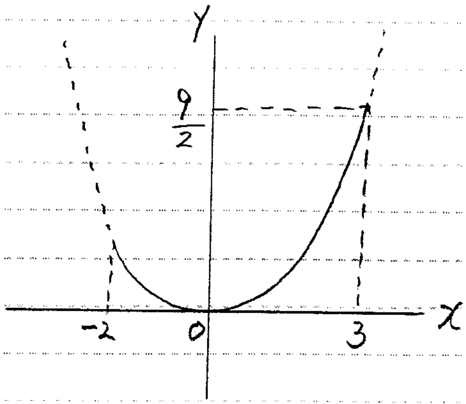
第83~84回

83.(4) $y=\frac{1}{2}x^2$ のグラフは右図のようになる

図より $-2 \leqq x \leqq 3$ のときの

y の変域は

$$0 \leqq y \leqq \frac{9}{2}$$



(5) $\overset{\frown}{AB}$ の中心角は $\angle AOB$

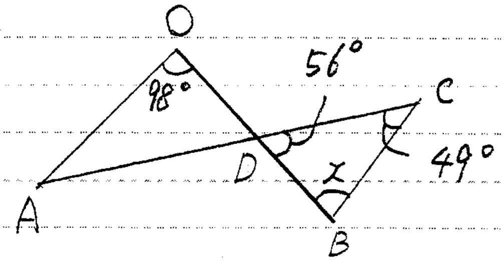
円周角は $\angle ACB$ となるので

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \times \angle AOB$$
$$= \frac{1}{2} \times 98^\circ$$
$$= 49^\circ$$

OCとABの交点をDとすると

△BCDで

$$x = 180-(56+49)$$
$$= 75^\circ$$



84.(1) $(x-3)^2 = x^2-6x+9$ ← $(a-b)^2 = a^2-2ab+b^2$ の利用

(2) $\sqrt{72} - \sqrt{6} \times \sqrt{3}$

$= 6\sqrt{2} - \sqrt{18}$

$= 6\sqrt{2} - 3\sqrt{2}$

$= 3\sqrt{2}$

(3) ① $(x-1)^2 = ax+3$ に $x=-2$ を代入

$(-2-1)^2 = a \times (-2)+3$

$(-3)^2 = -2a+3$

$9 = -2a+3$

$2a = -6$

$a = -3$

② $(x-1)^2 = -3x+3$ より

$x^2-2x+1+3x-3=0$

$x^2+x-2=0$

$(x+2)(x-1)=0$

$x=-2,\ 1$　よって　$x=1$

84. (4) Aのx座標を $x=a$とすると
$A(a,a^2)$と表せる。
また、点Bの座標は $B(a+6, a^2+8)$となる
点Bは $y=x^2$のグラフ上の点なので
代入し、

$$a^2+8=(a+6)^2$$
$$a^2+8=a^2+12a+36$$
$$-12a=28$$
$$a=-\frac{7}{3}$$

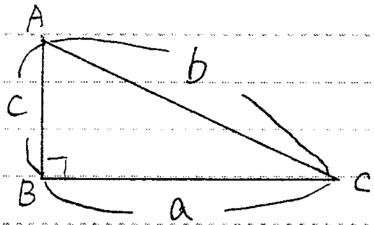
(5) 三平方の定理から

$$2^2+x^2=5^2$$
$$x^2=25-4$$
$$x^2=21$$
$$x=\pm\sqrt{21}$$

$x>0$より

$$x=\sqrt{21}$$

※ 三平方の定理



直角三角形において

$$b^2=a^2+c^2$$

$(\text{斜辺})^2$ = 他の2辺の2乗の和

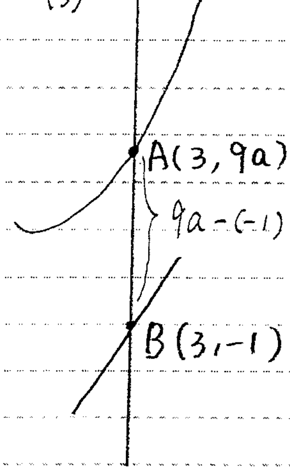
85. (1) $(x-3)(x+8)$
$=x^2+5x-24$

(2) $\sqrt{7}+\sqrt{63}$
$=\sqrt{7}+3\sqrt{7}$
$=4\sqrt{7}$

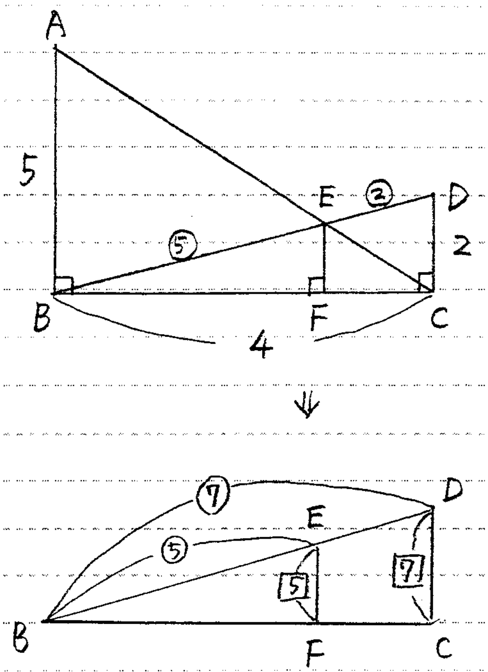
(3) 点Aの座標は $A(3, 9a)$と表せる
また、点Bの座標は $B(3,-1)$である
ABの長さは点A, Bのy座標の差なので、AB = 4より

$$9a-(-1)=4$$
$$9a=3$$
$$a=\frac{1}{3}$$

(3)



85. (4) EからBCに垂線を引き、EFとする。



$\triangle ABE \backsim \triangle CDE$ で相似比は

5：2なので

BE：ED = 5：2

よって

BE：BD = 5：7

$\triangle BEF \backsim \triangle BDC$ で相似比は

5：7なので

EF：DC = 5：7

EF = x とすると

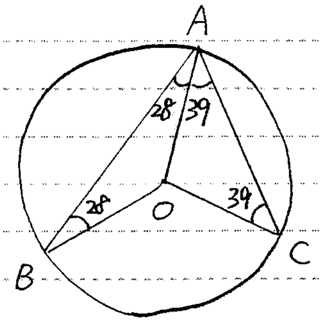
$x : 2 = 5 : 7$

$7x = 10$

$x = \frac{10}{7}$

よって $\triangle BCE = 4 \times \frac{10}{7} \times \frac{1}{2} = \frac{20}{7}$ cm^2

(5) AとOを結ぶと



$\triangle OAB$, $\triangle OAC$ は二等辺三角形なので

$\angle OAB = 28°$, $\angle OAC = 39°$

よって $\angle BAC = 28 + 39 = 67°$

$\angle BOC = 67° \times 2 = 134°$

86. (1) $(x+3y)(x-y)-(x+y)^2$

$= x^2+2xy-3y^2-(x^2+2xy+y^2)$

$= x^2+2xy-3y^2-x^2-2xy-y^2$

$= -4y^2$

(2) $\sqrt{8} - \frac{1}{\sqrt{2}}$

$= 2\sqrt{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}$

$= \frac{4}{2}\sqrt{2} - \frac{1}{2}\sqrt{2}$

$= \frac{3}{2}\sqrt{2} \quad \left(\frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$

第86~87回

86. (3) 2つの自然数を x, $x+1$ とする

$x^2+(x+1)^2=145$

$x^2+x^2+2x+1=145$

$2x^2+2x-144=0$

$x^2+x-72=0$

$(x+9)(x-8)=0$

$x=-9,\ 8$

xは自然数なので、求める2つの自然数は　8, 9

(4) $-4\leqq x\leqq 2$ のとき $0\leqq y\leqq 12$ より

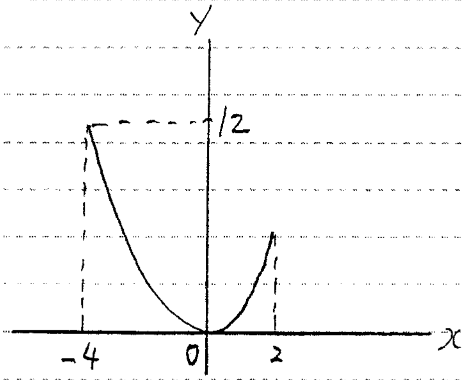
グラフは右のようになる

よってグラフは

$x=-4$ のとき, $y=12$ なので

$a=\dfrac{y}{x^2}$ に代入し

$a=\dfrac{12}{(-4)^2}=\dfrac{12}{16}=\dfrac{3}{4}$



(5) $\angle BOC=41^\circ\times 2=82^\circ$

$\triangle OBC$ は $OB=OC$ の二等辺三角形なので

$x=(180-82)\times\dfrac{1}{2}$

$x=49^\circ$

87. (1) $\sqrt{48}-\sqrt{6}\times\sqrt{2}$

$=4\sqrt{3}-2\sqrt{3}$

$=2\sqrt{3}$

(2) $2x^2y-10xy-12y$

$=2y(x^2-5x-6)$

$=2y(x-6)(x+1)$

(3) $x^2-5x+6=0$

$(x-2)(x-3)=0$

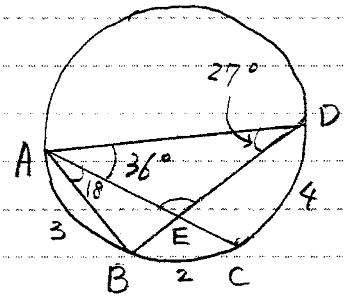
$x=2,\ 3$

87.(4) ① $y=ax^2$ とおき、
$x=2$、$y=6$ を代入し
$a=\frac{y}{x^2}=\frac{6}{2^2}=\frac{3}{2}$　$\therefore y=\frac{3}{2}x^2$

② $x=2$ のとき $y=6$
$x=4$ のとき、$y=\frac{3}{2}\times4^2=24$

よって　$24-6=18$　$\therefore$ 18m

(5) AとDを結ぶ　円周角の比 = 弧の長さの比
$\overset{\frown}{AB}:\overset{\frown}{BC}=3:2$ より
$\angle ADB:\angle BAC=3:2$
$\angle ADB=a^\circ$ とすると
$a:18=3:2$
$a=27^\circ$



$\overset{\frown}{BC}:\overset{\frown}{CD}=2:4=1:2$ より
$\angle BAC:\angle CAD=1:2$
よって　$\angle CAD=2\times\angle BAC=36^\circ$

$\angle AED=180-(27+36)=117^\circ$

88.(1) $(x+3)(x-4)-8$
$=x^2-x-12-8$
$=x^2-x-20$
$=(x-5)(x+4)$

(2) $5\sqrt{6}\div\sqrt{3}-\sqrt{18}$
$=5\sqrt{2}-3\sqrt{2}$
$=2\sqrt{2}$

(3) abは1～36の整数であり、その中で√がはずれる数は
{1, 4, 9, 16, 25, 36} の6つである
さいころ2つなので分母は36通り。
$ab=1$ になるのは $(a,b)=(1,1)$ の1通り
$ab=4$ は $(1,4)$, $(2,2)$, $(4,1)$ の3通り
$ab=9$ は $(3,3)$ の1通り
$ab=16$ は $(4,4)$ の1通り
$ab=25$ は $(5,5)$ の1通り
$ab=36$ は $(6,6)$ の1通り

よって分子は8通りなので
確率は
$\frac{8}{36}=\frac{2}{9}$

88. (4) $x^2-5x+3=0$

解の公式から

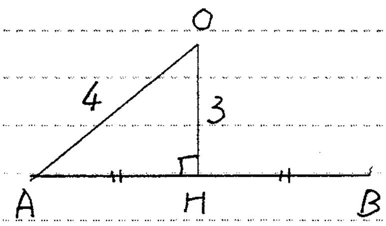
$$x=\frac{-(-5)\pm\sqrt{(-5)^2-4\times1\times3}}{2\times1}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{25-12}}{2}$$

$$=\frac{5\pm\sqrt{13}}{2}$$

(5) OからABに引いた垂線をOHとすると

△OAHで三平方の定理より



$$AH^2+3^2=4^2$$

$$AH^2=16-9$$

$$AH^2=7$$

AH>0より

$$AH=\sqrt{7}$$

よって $AB=2\sqrt{7}$ cm

89. (1) $x^2+4x-12=(x+6)(x-2)$

(2) 3の倍数で√がはずれるのは

$3\times(\underbrace{3\times1^2}_{n})=9,\quad 3\times(\underbrace{3\times2^2}_{n})=36,\quad 3\times(\underbrace{3\times3^2}_{n})=81,\ \cdots$

この中で2けたで最も小さいnは

$$3\times2^2=12$$

(3) $x^2+5x+1=0$

解の公式から

$$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times1\times1}}{2\times1}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{25-4}}{2}$$

$$=\frac{-5\pm\sqrt{21}}{2}$$

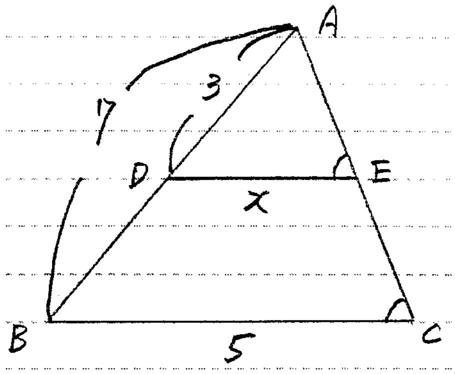
第 89 回

89. (4) $x : 5 = 3 : (3+4)$ より

$x : 5 = 3 : 7$

$7x = 15$

$x = \dfrac{15}{7}$

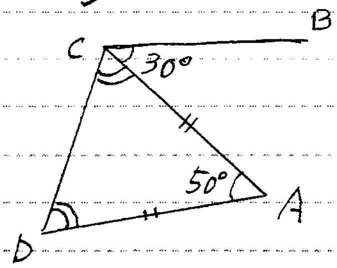


(5) $\overset{\frown}{CD}$ の円周角より

$\angle CBD = \angle CAD = 50°$

$\triangle ACD$ は $AC = AD$ の二等辺三角形なので

$\angle ACD = (180 - 50) \div 2 = 65°$



また $BC \parallel \ell$ より

$\angle BCA = 30°$ (錯角)

よって $\angle BCD = 65° + 30° = 95°$

第 90 回

90. (1) $\sqrt{45} - \sqrt{5} = 3\sqrt{5} - \sqrt{5} = 2\sqrt{5}$

(2) $x + y = \sqrt{5} + 2 + \sqrt{5} - 2 = 2\sqrt{5}$

$x - y = \sqrt{5} + 2 - (\sqrt{5} - 2) = 4$

$x^2 - y^2 = (x+y)(x-y) = 2\sqrt{5} \times 4 = 8\sqrt{5}$

(3) $x^2 - 7x + 5 = 0$

$$x = \frac{-(-7) \pm \sqrt{(-7)^2 - 4 \times 1 \times 5}}{2 \times 1} = \frac{7 \pm \sqrt{49 - 20}}{2} = \frac{7 \pm \sqrt{29}}{2}$$

(4) 対応する辺をくらべて

$3 : 2 = 4 : x$

$3x = 8$

$x = \frac{8}{3}$

(5) AE // BDより

$\angle AEB = 25°$（錯角）

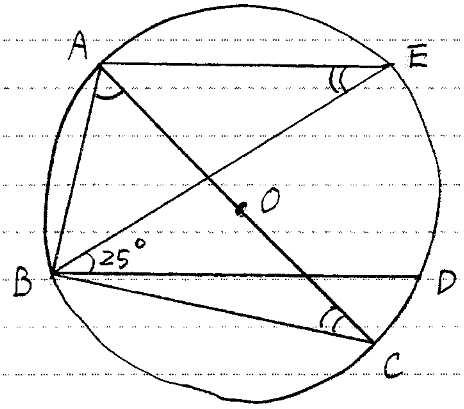
$\overset{\frown}{AB}$の円周角で

$\angle ACB = \angle AEB = 25°$

$\triangle ABC$は$\angle ABC = 90°$なので

$\angle BAC = 180 - (90 + 25)$

$= 65°$



⇓